

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ

„КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ-2

ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ ЧИСЛОВОГО АНАЛІЗУ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахункової роботи для студентів напряму підготовки

„Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології”

Рекомендовано Вченою радою інженерно-хімічного факультету

Київ

НТУУ “КПІ”

2012

Комп'ютерні технології-2. Програмні засоби числового аналізу : Метод. вказівки до викон. розрахункової роботи для студ. напр. „Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології” / Уклад.: Д.О. Ковалюк. – К. : НТУУ ”КПІ”, 2012. – 22с.

Гриф надано Вченою радою ІХФ

(Протокол № 1 від 19 січня 2012 р.)

Навчальне видання

КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ-2

ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ ЧИСЛОВОГО АНАЛІЗУ

Методичні вказівки до виконання розрахункової роботи для студентів
напрямку підготовки „Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані
технології”

Укладач: Ковалюк Дмитро Олександрович, канд. техн. наук,

Відповідальний

редактор А.І. Жученко, докт. техн. наук, проф.

Рецензент О.Л. Сокольський, канд. техн. наук, доц.

Авторська редакція

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| Вступ..... | 4 |
| Мета і завдання розрахункової роботи..... | 5 |
| Структура розрахункової роботи..... | 6 |
| Вимоги до оформлення та подання звіту..... | 8 |
| Порядок захисту..... | 8 |
| Варіанти завдань..... | 9 |
| Список рекомендованої літератури..... | 10 |
| Приклад виконання..... | 11 |

ВСТУП

До сьогоднішнього дня системи автоматизації математичних розрахунків класу Mathcad, розроблені фірмою Math Soft Inc, залишаються єдиними математичними системами, в яких опис та розв'язання математичних задач задається звичними математичними формулами і знаками. Такий же звичний вигляд мають і результати обчислень.

Потужний інструментарій вбудованих функцій робить систему незамінною при розв'язанні задач аналізу даних – і найбільш доступною користувачеві по використанню.

В даній розрахунковій роботі пропонується набути навичок розв'язання основних класів задач аналізу даних в математичному пакеті Mathcad.

МЕТА І ЗАВДАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ

Метою виконання розрахункової роботи є одержання необхідних знань та вмінь використання пакету Mathcad для розв'язання задач числового аналізу.

В результаті виконання роботи студенти закріплюють наступні знання:

- типи даних Mathcad;
- функції побудови графіків та поверхонь;
- методи розв'язання систем лінійних та нелінійних рівнянь;
- методи розв'язання диференціальних рівнянь;
- вбудована мова програмування Mathcad;
- методи апроксимації функціональних залежностей.

Після виконання розрахункової роботи студенти повинні вміти:

- розв'язувати системи рівнянь за допомогою вбудованих та власних програмно-реалізованих функцій;
- виконувати апроксимацію експериментальних даних;
- представляти результати розв'язання у табличному та графічному вигляді;
- аналізувати точність чисельних методів та створених моделей.

СТРУКТУРА РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ

Розрахункова робота повинна складатися з наступних частин:

1. Титульний лист.
2. Технічне завдання.
3. Зміст.
4. Вступ.
5. Розділ 1 - Теоретична частина.
6. Розділ 2 - Практична частина.
7. Висновки.
8. Список використаних джерел.
9. Додатки (за необхідності).

Технічне завдання

Виконується постановка задачі числового аналізу даних, включаючи опис технологічного процесу, системи керування чи предметної області. Наводяться числові вихідні дані задачі.

Вступ

Повинен займати 1-2 сторінки. У вступі необхідно розкрити важливість та актуальність числового аналізу для задачі, наведеної в технічному завданні.

Розділ 1 - Теоретична частина

Включає одне питання щодо числового аналізу. Обсяг 4-6 сторінок. У теоретичній частині має бути наведено опис вказаної задачі (етапу) аналізу даних, та методи її розв'язання. Якщо можливо, розглянути декілька методів (наприклад, апроксимації, розв'язання систем рівнянь, пошуку

екстремуму), проаналізувати їх переваги і недоліки. Результат порівняння представити у вигляді таблиці. Навести код Mathcad для розв'язання даної задачі.

Розділ 2 - Практична частина

Включає розв'язання систем рівнянь і представлення їх результатів, написання функції на вбудованій мові програмування Mathcad, апроксимації даних.

Цей розділ вимагає теоретичних пояснень щодо вбудованих методів Mathcad - необхідним є наведення сигнатур використовуваних методів із зазначенням всіх вхідних і вихідних параметрів.

При представленні результатів у графічному вигляді слід звернути уваги на правильний вибір масштабу по осям, доцільним може бути побудова графіків з двома осями ординат. В складних випадках для отримання значень функції за графіком – використати процедуру трасування.

Висновки

Проаналізувати результати роботи, використовуючи числові характеристики, отримані в практичній частині. Зробити висновки про переваги або недоліки застосування Mathcad для поставленої задачі в порівнянні з іншими програмними засобами.

Додатки

В додатках можуть наводитися лістинги програм, таблиці даних великого розміру, що були отримані в процесі розв'язання задачі.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ТА ПОДАННЯ ЗВІТУ

1. Пояснювальна записка – редактор MS Office – 2003/2007.
2. Формули – редактор формул microsoft equation або mathtype – не допускається набір формул з використанням комбінацій різного формату шрифтів (italic, bold).
3. Електронний варіант документа Mathcad – експортувати в MS Word.
4. Скріншоти програмних засобів вставляються як рисунки MS Office.
5. За умови використання російськомовної (англомовної) літератури - РУЧНИЙ переклад на українську мову.
6. Нумерація таблиць, формул, рисунків – в межах розділу.

ПОРЯДОК ЗАХИСТУ

1. Не пізніше, ніж за 2 тижні до кінця семестру надати паперовий варіант пояснювальної записки та електронного документа Mathcad на перевірку.
2. За наявності суттєвих зауважень, які не дозволяють позитивно оцінити роботу, - доопрацювати.
3. захист відбувається з використанням ЕОМ, на якому студент демонструє програмну реалізацію поставленої задачі та відповідає на питання викладача.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ

| | Теоретична частина | Практична частина |
|----|--|--|
| 1 | Операції в Mathcad. Арифметичні та обчислювальні (вычислительные) оператори. | 1. скласти систему лінійних алгебраїчних рівнянь з 4 невідомими. |
| 2 | Керування обчисленнями: режими обчислень, переривання, обчислення в ручному режимі, відключення обчислень окремих формул, оптимізація обчислень. | 2. розв'язати дану систему з використанням операцій над матрицями і однією з вбудованих функцій. |
| 3 | Пошук екстремуму функції однієї змінної. | 3. скласти систему нелінійних рівнянь з 2 невідомими. |
| 4 | Математичний аналіз: операції диференціювання та інтегрування. | 4. розв'язати дану систему графічно. |
| 5 | Матричні обчислення: норми матриць, ранг матриць, власні значення матриць і векторів. | 5. написати програму для знаходження максимального елемента одновимірного масиву. |
| 6 | Функції: функції скорочення і округлення, логарифмічні. | 6. виконати апроксимацію функції методом найменших квадратів |
| 7 | Розв'язання систем диференціальних рівнянь. Математична модель динаміки популяцій (модель Вольтера-Лотка або «хижак» - «жертва»). | |
| 8 | Крайові задачі. Метод стрілянини. | |
| 9 | Обробка даних: інтерполяція, лінійна інтерполяція. | |
| 10 | Обробка даних: інтерполяція, кубічна сплайн-інтерполяція. | |
| 11 | Апроксимація даних, лінійна регресія. | |
| 12 | Комплексні числа: основні характеристики, форми представлення, операції. | |
| 13 | Графічний метод розв'язання рівнянь. | |
| 14 | Екстремум функції декількох змінних | |
| 15 | Лінійне програмування, розв'язання задач оптимізації. | |
| 16 | Інтеграція Mathcad з іншими пакетами. Імпорт даних з Excel в Mathcad. | |
| 17 | Оформлення документа Mathcad: вставка колонтитулів, зображень, гіперпосилань | |
| 18 | Ряди і границі: основні операції. | |
| 19 | Статистичні функції: генерація даних згідно обраного закону розподілу, обчислення характеристик нормального закону розподілу. | |

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дьяконов В. MathCad 2000: Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 592 с.
2. А.И. Жученко, Н.А. Кубрак, И.М. Голинко. Базовые алгоритмы численного анализа: Учебное пособие. – К.: НТУУ «КПИ», 2006. – 236 с.
3. Основи роботи з Mathcad: Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу „Комп’ютерні технології” / Уклад.: Т. В. Аверіна, Л. Д. Ярощук, І. В. Ярощук. – К.: ІВЦ „Видавництво «Політехніка»”, 2004. – 44 с.
4. Гурский Д. А., Турбина Е.С. Вычисления в Mathcad 12. – СПб. : Питер, 2006. – 544 с.
5. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс. – СПб. : Питер, 2005. – 448 с.
6. Кирьянов Д.В. Самоучитель Mathcad.– СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ

Зміст

- I. Технічне завдання
- II Вступ
- III. Теоретична частина
 - 1. Математичні операції в Mathcad
 - 2. Оператори:
 - а) Арифметичні оператори
 - б) Обчислювальні оператори
- IV. Практична частина
- V Висновок
- VI Використана література

Технічне завдання

1. Теоретична частина:

Операції в Mathcad. Арифметичні та обчислювальні оператори.

2. Практична частина:

- 1) скласти систему лінійних алгебраїчних рівнянь з 7 невідомими.
- 2) розв'язати дану систему з використанням операцій над матрицями і однією з вбудованих функцій.
- 3) скласти систему нелінійних рівнянь з 2 невідомими.
- 4) розв'язати дану систему графічно.
- 5) написати програму для знаходження максимального елементу одновимірного масиву.

Вступ

Mathcad — система комп'ютерної алгебри з класу систем автоматизованого проектування, орієнтована на підготовку інтерактивних документів з обчисленнями і візуальним супроводженням, відрізняється легкістю використання і застосування для колективної роботи.

Mathcad був задуманий і спочатку написаний Алленом Раздовим з Массачусетського технологічного інституту (MIT), співзасновником компанії Mathsoft Inc., яка з 2006 року є частиною корпорації PTC (Parametric Technology Corporation).

Mathcad має простий і інтуїтивний для використання інтерфейс користувача. Для введення формул і даних можна використовувати як клавіатуру, так і спеціальні панелі інструментів.

Деякі з математичних можливостей Mathcad (версії до 13.1 включно) засновані на підмножині системи комп'ютерної алгебри Maple (MKM, Maple Kernel Mathsoft). Остання версія — 14 — використовує символічне ядро MuPAD.

Робота здійснюється в межах робочого аркуша, на якому рівняння і вирази відображаються графічно, на противагу текстовому запису в мовах програмування. При створенні документів-програм використовується принцип WYSIWYG (What You See Is What You Get — «що бачиш, те й отримувеш»).

Не зважаючи на те, що ця програма здебільшого орієнтована на користувачів-непрограмістів, Mathcad також використовується в складніших проектах, щоб візуалізувати результати математичного моделювання, шляхом використання поширених обчислень і традиційних мов програмування.

Mathcad доволі зручно використовувати для навчання, обчислень і інженерних розрахунків. Відкрита архітектура у поєднанні з підтримкою технологій .NET і XML дозволяють легко інтегрувати Mathcad практично в будь-які IT-структури і інженерні додатки. Є можливість створення електронних книг (e-Book).

Кількість користувачів в світі — близько 1.8 млн.

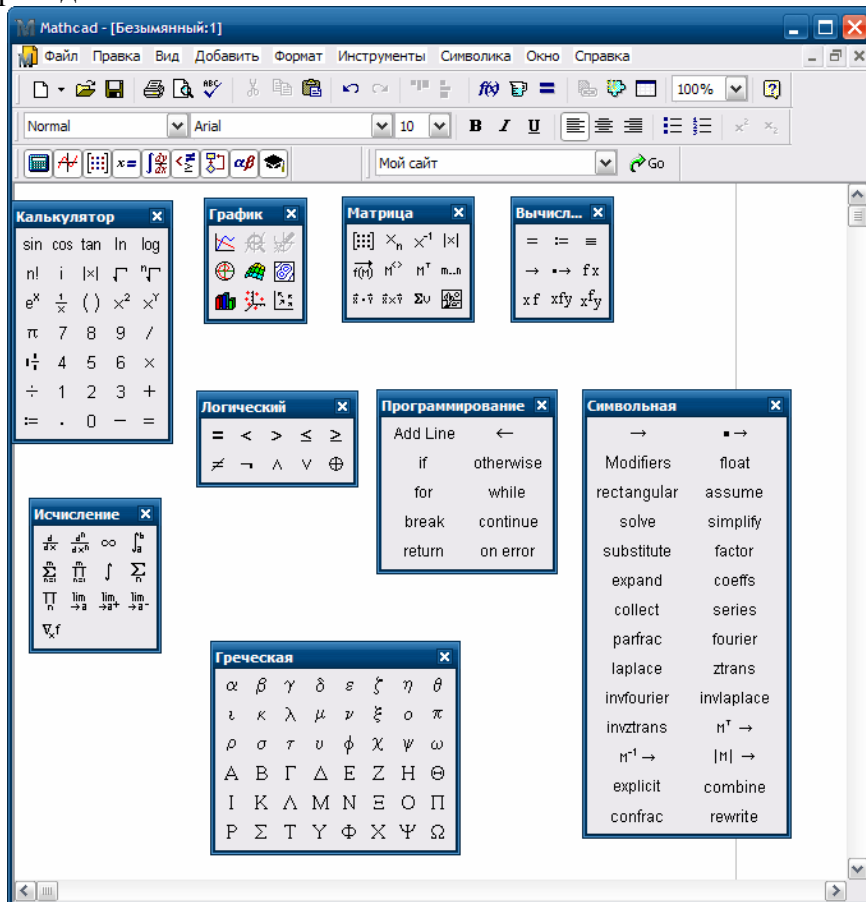
Математичні операції в MathCAD

Mathcad містить сотні операторів і вбудованих функцій для вирішення різних технічних завдань. Програма дозволяє виконувати чисельні і символічні обчислення, проводити операції з скалярними величинами, векторами і матрицями, автоматично переводити одні одиниці вимірювання в інші.

Серед можливостей Mathcad є:

- Розв'язання диференційних рівнянь, в тому числі і чисельними методами.
- Побудова двовірних і тривірних графіків (в різних системах координат, контурні, векторні тощо).
- Використання грецького алфавіту (верхній і нижній регістр) як в тексті, так і у рівняннях.
- Символьні обчислення.
- Операції з векторами і матрицями.
- Символьне розв'язання систем рівнянь.
- Згладжування кривих.
- Виконання підпрограм.
- Знаходження коренів функцій і поліномів.
- Статистичні функції і розподіли ймовірностей.
- Пошук власних значень і власних векторів.
- Обчислення з розмірностями.

За допомогою Mathcad інженери можуть документувати всі обчислення в процесі їх проведення.



Всі ці палітри можна також активувати через меню View – Toolbars, а також звичайним способом за допомогою миші перенести будь-яку з них і вставити нижче чи поруч з стандартною пенеллю інструментів і панелюю форматування.

Оператори

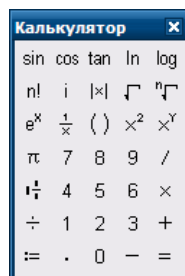
Кожен оператор в Mathcad позначає деяку математичну дію у вигляді символу. У повній згоді з термінологією, прийнятою в математиці, ряд дій (наприклад, додавання, ділення, транспонування матриці і т. п.) реалізований в Mathcad у вигляді вбудованих операторів, а інші дії (наприклад, sin, erf і т. д.) - у вигляді вбудованих функцій. Кожен оператор діє на одне або два числа (змінну або функцію), які називають операндами. Якщо в момент вставки оператора одного або обох операндів не вистачає, то відсутні операнди будуть відображені в вигляді плейсхолдерів. Символ будь-якого оператора в потрібне місце документа вводиться одним з двох основних способів:

- натисканням відповідної клавіші (або сполучення клавіш) на клавіатурі;
- натисканням курсором миші відповідної кнопки на одній з математичних панелей інструментів.

Більшість математичних панелей містять згрупованні за змістом математичні оператори, а викликати ці панелі на екран можна натисканням відповідної кнопки на панелі Mathcad.

Арифметичні оператори

Оператори, що позначають основні арифметичні дії, вводяться з панелі Calculator (Калькулятор)



- додавання і віднімання: + - ;
- множення і ділення: • / ;
- факторіал: !;
- модуль числа: | x | ;
- квадратний корінь: $\sqrt{\quad}$;
- корінь n-го ступеня: $\sqrt[n]{\quad}$;
- зведення x до степеня y;
- зміна пріоритету: дужки () ;
- чисельний висновок: = .

- ▶ Оператори додавання, віднімання і заперечення

$$1 + 3 - 7 = -3$$

$$-(-2) = 2$$

- ▶ Оператори ділення і множення

$$\frac{5}{2} = 2.5$$

$$5 \div 2 = 2.5$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$2 \frac{3}{4} = 2.75$$

- ▶ Оператори факторіалу і модуля

$$5! = 120$$

$$|-10| = 10$$

- ▶ Оператори виведення кореня і зведення в степінь

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$e^{\ln(3)} = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$10^{0.2} = 1.585$$

- ▶ Оператор зміни пріоритету ()

$$(1 + 2) \cdot 3 = 9$$

$$1 + 2 \cdot 3 = 7$$

Як видно, за допомогою цієї панелі можна ввести не тільки перераховані оператори, але і їх часто використовувані комбінації, наприклад, зведення експоненти до степеня, змішане множення і ділення, а також уявну одиницю і число π . Зауважимо, що допускається запис оператора ділення як в один, так і у два рядки, що забезпечується наявністю двох відповідних кнопок на панелі Calculator.

В редакторі Mathcad можна вибирати відображення оператора множення. Для того щоб поміняти його:

1. Потрібно клацнути правою кнопкою миші на виразі, що містить оператор множення.
2. Вибрати перший пункт відкритого контекстного меню **View Multiplication As** (Представлення множення).
3. У підменю вибрати пункт, відповідний стилю подання множення: у вигляді звичайної крапки (**Dot**), крапки з зменшенням відстані від нього до співмножників (**Narrow Dot**), товстої крапки (**Large Dot**), хрестика (**X**), без символу з невеликою відстанню між співмножниками (**Thin Space**), взагалі разом (**No Space**). Щоб побачити, як буде виглядати вираз у двох останніх випадках, потрібно зняти з нього виділення. Щоб повернути подання за замовчуванням, вибрати у підменю контекстного меню пункт **Default**.

Деяких операторів, наприклад таких, як оператор комплексного спряження, на панелях інструментів немає. Його доводиться вводити виключно з клавіатури натисненням клавіші <"> у межах математичної області.

Обчислювальні оператори

Обчислювальні оператори вставляються в документи за допомогою панелі інструментів Calculus (Обчислення). При натисканні будь-якої з кнопок у документі з'являється символ відповідної математичної дії, забезпечений декількома плейсхолдерами. Кількість і розташування плейсхолдерів визначається типом оператора і в точності відповідає їх загальноприйнятим математичним записом. Наприклад, при вставці оператора суми

$$\sum_{i=1}^n \cdot$$

необхідно поставити чотири величини: змінну, по якій треба зробити підсумування, нижню і верхню межу, а також сам вираз, який буде стояти під знаком суми.

Для того щоб обчислити невизначений інтеграл, слід заповнити два плейсхолдера: подінтегрального виразу і змінної інтегрування. Після введення будь-якого обчислювального оператора є можливість обчислити його значення або чисельно, натисненням клавіші <=>, або символно, за допомогою оператора символного виводу.

Перерахуємо основні обчислювальні оператори і приведемо найпростіші приклади їх застосування:

- диференціювання і інтегрування;
 - похідна;
 - N-Я похідна;
 - визначений інтеграл;
 - невизначений інтеграл.

- ▶ додавання і обчислення множення;
 - • сума;
 - • множення;
 - • сума ранжованої змінної;
 - • множення ранжованої змінної.
- ▶ границі (лістинг 3.24);
 - • двосторонній;
 - • лівий;
 - • правий.

Оператори обчислення похідних

$$\frac{d}{dx} \sin(x) \rightarrow \cos(x)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin(x) \rightarrow -\sin(x)$$

Оператори інтегрування

$$\int_0^2 x^3 dx \rightarrow 4$$

$$\int \ln(x) dx \rightarrow x \cdot (\ln(x) - 1)$$

Оператори додавання і обчислення добутку

$$\sum_{i=1}^{10} 2 = 20$$

$$\prod_{i=1}^{30} i = 2.653 \times 10^{32}$$

Оператори символічного обчислення границі

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 \cdot x}{x} \rightarrow 3$$

Оператори суми і обчислення добутку фактично являються більш зручною записом операторів \sum і \prod з великою кількістю операндів. А ось обчислювальні

оператори пошуку похідних і інтегралів істотно відрізняються від операторів множення і додавання тим, що

реалізовані на основі певних чисельних методів, які в прихованій (невидимою для користувача) формі запускаються обчислювальним процесором Mathcad. При чисельному розрахунку інтегралів і похідних необхідно, хоча б у загальних рисах, представляти принцип роботи відповідних алгоритмів, щоб уникнути помилок і несподіванок при отриманні результатів.

Важливо відзначити, що є можливість обчислювати інтеграли з одним або обома нескінченними межами, а також у символічній формі шукати значення нескінченних меж, сум (рядів) і добутків. Для зручності введення кнопка з символом нескінченності розміщена на тій же панелі інструментів Calculus (Обчислення).

Висновок

Mathcad доволі зручно використовувати для навчання, обчислень і інженерних розрахунків.

Не зважаючи на те, що ця програма здебільшого орієнтована на користувачів-непрограмістів, Mathcad також використовується в складніших проектах, щоб візуалізувати результати математичного моделювання, шляхом використання поширених обчислень і традиційних мов програмування.

Mathcad дозволяє гнучко та зручно використовувати арифметичні та обчислювальні оператори, цим самим спрощуючи розрахунки ще на початковому рівні.

Використана література:

1. <http://uk.wikipedia.org/wiki/Mathcad>
2. Д. В. Кирьянов Mathcad 11.— СПб.: БХВ-Петербург, 2003. — 560 с: ил.
3. Ю. Ю. Тарасевич Численные методы на Mathcad'e. – Астраханский гос. пед. ун-т: Астрахань, 2000.
4. Гурский Д. А., Турбина Е. С Вычисления в Mathcad 12. — СПб.: Питер, 2006. — 544 с: ил.
5. Черняк А. А., Новиков В. А., Мельников О. И., Кузнецов А. В. Математика для экономистов на базе Mathcad. — СПб.: БХВ-Петербург, 2003. - 496 с: ил.

Практична частина

1. Скласти систему лінійних алгебраїчних рівнянь з 7 невідомими.

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} 846 & 76 & 936 & 926 & 3 & 3 & 09867 \\ 7 & 3 & 8 & 4 & 985 & 54 & 94 \\ 3 & 5 & 87 & 9 & 63 & 3 & 4 \\ 6 & 87 & 9 & 87 & 65 & 46 & 54 \\ 3 & 46 & 8 & 34 & 9 & 9 & 65 \\ 986 & 54 & 5 & 234 & 896 & 47 & 8 \\ 76 & 8765 & 6 & 46 & 4 & 54 & 58 \end{pmatrix} \quad \underline{B} := \begin{pmatrix} 34 \\ 61 \\ 1 \\ 98 \\ 39 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

2. Розв'язати дану систему з використанням операцій над матрицями і однією з вбудованих функцій.

$$\underline{S} := \underline{A}^{-1} \cdot \underline{B} \quad \underline{S} = \begin{pmatrix} -0.439 \\ 2.406 \times 10^{-3} \\ -0.189 \\ 1.596 \\ 0.116 \\ -0.855 \\ -0.091 \end{pmatrix}$$
$$\text{lsolve}(\underline{A}, \underline{B}) = \begin{pmatrix} -0.439 \\ 2.406 \times 10^{-3} \\ -0.189 \\ 1.596 \\ 0.116 \\ -0.855 \\ -0.091 \end{pmatrix}$$

3. Скласти систему нелінійних рівнянь з 2 невідомими.

$$y := 5$$

$$x := 7$$

Given

$$2 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^6 - (3 \cdot x)^2 \cdot y = 20$$

$$x^2 + 5y = 12$$

$$x > 0$$

$$\begin{pmatrix} x0 \\ y0 \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y)$$

$$\begin{pmatrix} x0 \\ y0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.983 \\ 1.614 \end{pmatrix}$$

4. Графічно

$$y := 0$$

$$x := 1$$

Given

$$6 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x = 0$$

$$5x - 2y = 6$$

$$x > 0$$

$$F1 := \text{Find}(x, y)$$

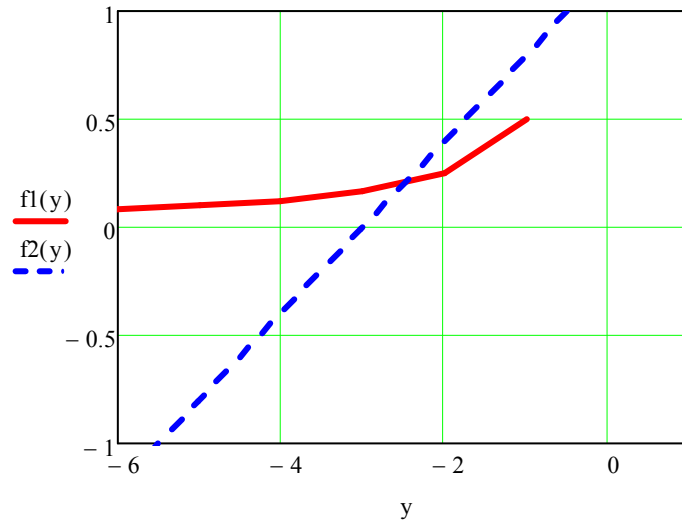
$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2 \cdot y} \end{pmatrix}$$

$$F1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$f2(y) := \frac{2 \cdot y}{5} + \frac{6}{5}$$

$$f1(y) := -\frac{1}{2 \cdot y}$$

$$x_{min} := -10..20$$



5. Написати програму для знаходження максимального елементу одновимірного масиву

$$R := \begin{pmatrix} 21 \\ 76 \\ 54 \\ 3 \\ 65 \end{pmatrix}$$

$$\text{Max} := \begin{array}{l} \text{Max} \leftarrow R_0 \\ \text{for } i \in 0.. \text{length}(R) - 1 \\ \quad \text{Max} \leftarrow R_i \text{ if } R_i > \text{Max} \\ \text{Max} \end{array} \quad \text{Max} = 76$$